

Devoir Maison de mathématiques

Exercice n°1

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-5 ; 6]$ dont on connaît le tableau de variations (T.V.). De plus, on sait que f est strictement monotone sur chacun des trois intervalles du T.V. et que $f(5) = 0$.

x	-5	-1	2	6
$f(x)$	1	0	3	-2

- 1) Tracer une courbe susceptible de représenter cette fonction.
- 2) Parmi les affirmations suivantes, préciser si elles sont vraies ou fausses. On justifiera chaque réponse soit par une définition du cours ; soit par l'utilisation d'un contre-exemple illustré par la courbe construite dans la question 1) :
 - (a) $f(0) < f(1)$?
 - (b) $f(1) < f(3)$?
 - (c) $0 < f(\pi-5) < 1$?
 - (d) $f(5) - f(4) > 0$?

Exercice n°2

Recherche des dimensions d'un rectangle dont on connaît l'aire et le périmètre.

Un rectangle ABCD a pour périmètre $P = 14\text{m}$ et pour aire $S = 12\text{m}^2$.

- 1) Soient a et b les dimensions de ce rectangle.
 - a) Écrire le périmètre de ce rectangle en fonction de a et b .
Puis déterminer l'ensemble I des valeurs possibles pour a et b .
 - b) Exprimer b en fonction de a . Puis exprimer S en fonction de a uniquement.
 - c) Montrer que a est solution de l'équation $x(7-x) = 12$.
- 2) **1ère méthode :** On définit une fonction f sur l'ensemble I telle que : $f(x) = x(7-x) - 12$.
 - a) Développer et réduire l'expression de $f(x)$.
 - b) Calculer les images de tous les nombres compris entre 0 et 7 avec un pas de 0,5 et reporter ces valeurs dans un tableau de valeurs.
 - c) Dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$, construire la courbe représentative de f avec $OI = OJ = 1\text{cm}$. (On pourra utiliser d'abord une calculatrice pour voir l'allure de la courbe).
 - d) Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0 ; 7]$.
 - e) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$. Que peut-on dire des solutions graphiques ?
 - f) En déduire les dimensions de ce rectangle ABCD.
- 3) **2ème méthode :** Montrer que pour tout x dans I : $f(x) = -\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$
 - a) En utilisant une identité remarquable bien choisie, factoriser $f(x)$ et montrer que $f(x) = (x-3)(4-x)$
 - b) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 0$.
 - c) En déduire les dimensions exactes de ce rectangle ABCD.